



TITLE:

ホモクリニックカオスのしめす拡
散的現象(カオスとその周辺,研究会
報告)

AUTHOR(S):

相沢, 洋二; 菊地, 康裕

CITATION:

相沢, 洋二 ...[et al]. ホモクリニックカオスのしめす拡散的現象(カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1987, 48(4): 389-391

ISSUE DATE:

1987-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92602>

RIGHT:

る。

バーストの前後での位相の跳びのある場合, $\tilde{\delta}$ が $O(1)$ の場合, Type 3 の場合について臨界点でのパワースペクトルの構造を今後明らかにしたい。

参 考 文 献

- 1) Y. Pomeau et al.: Commun. Math. Phys. 74 (1980) 189.
- 2) P. Bryant et al.: Phys. Rev. A33 (1986) 2525.
- 3) H. Daido: Prog. Theor. Phys. 70 (1983) 879.
- 4) H. Mori et al.: Prog. Theor. Phys. 76 (1986) 784.

注

*) 大同は, TYPE 1 間欠的カオスに周期外力の加わった場合について, 2次元写像

$$\begin{cases} \theta_{n+1} = \theta_n + \Omega + \alpha x_n & (\text{mod } 1) \\ x_{n+1} = x_n + c x_n^2 + \varepsilon + a \cos(2\pi \theta_n) & (\text{mod } 2) \end{cases}$$

を用いて研究しており, カオス発生点を摂動展開により求めているが, ここで, $\alpha = 0$, $a/c = \text{一定}$, $c \rightarrow 0$ の極限をとった場合の結論は, 今の結果と一致する。

H. Daido: Prog. Theor. Phys. 71 (1984) 402.

ホモクリニックカオスのしめす拡散的現象

早大・理工 相沢洋二, 菊地康裕

保存系のカオスにおいてはロングタイムテイルが存在することが知られており(たとえばローレンツガスにおいて, 速度の自己相関関数は代数的減衰をすることが報告されている), そのために異常な拡散を生むことが予想される。本研究では, 保存系のモデルとしてスタンダードマッピングを用いた。これは2次元トーラス T^2 上の変換で $-1/2 \leq I_n$, $\theta_n < 1/2$ として

$$I_{n+1} = I_n + \frac{K}{2\pi} \sin 2\pi \theta_n \quad \text{mod}$$

$$\theta_{n+1} = I_n + \frac{K}{2\pi} \sin 2\pi \theta_n + \theta_n \quad \text{mod}$$

によりあたえられる。 K はパラメーターで $K > 0$ とする。スタンダードマッピングは原点 $(0, 0)$ に双曲不動点をもち、そのまわりにホモクリニックカオスが発生する。図1aは $K = 1.0$ のときのカオスである。このカオスによる I 方向の拡散についてはすでにいくつかの研究報告がある。ここで我々は θ 方向の

拡散を考えることにする。そのために相空間 T^2 の θ 方向の環をひろげて両無限の管 $T \times R$ にする。このときマッピングは θ に関するmodを取ったものにかわる。初期点をカオスにおけば $b(n) = \theta_n - \theta_0$ は R 上でブラウン運動をする。図1bはaの軌道に対応して得られるブラウン運動である。まず、 $b(n)$ の拡散の様子を定量的にみるた

めに、その二乗平均 $V_n = \langle b(n)^2 \rangle$ を計算した。これは具体的には初期点アンサンブルをカオス領域に一樣に(10000個)とって $b(n)$ の二乗のアンサンブル平均を求めるという方法で計算した。時間 n は2000を単位として50時間までおこなった。結果の一例を図2に示す。明らかに n^α の拡散(異常拡散)がみ

られる。つぎに、軌道がおおきなKAMにとらえられる頻度をはかるために、おおきなKAMを中心にするように θ 方向をセルにくぎりひとつのセルのなかに滞在する時間 n の分布 $P(n)$ を調べた。図3は 10^7 回のイテレートで得られる軌道に関する $P(n)$ のグラフである。いずれの K に対して

も $P(n)$ は $n^{-\beta}$ に比例することが観測された。いくつかの K の値に対する指数 α および β を表1に示す。今回の結果はいずれもホモクリニックカオスがロングタイムテイルをもつことを

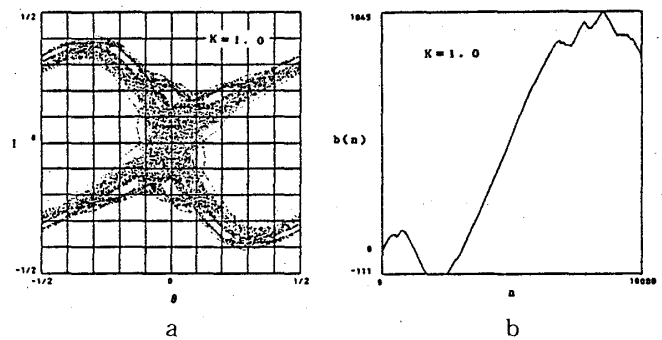


図1 $K = 1.0$ における $(0, 0)$ のまわりのカオス(a)とそれから得られるブラウン運動(b)

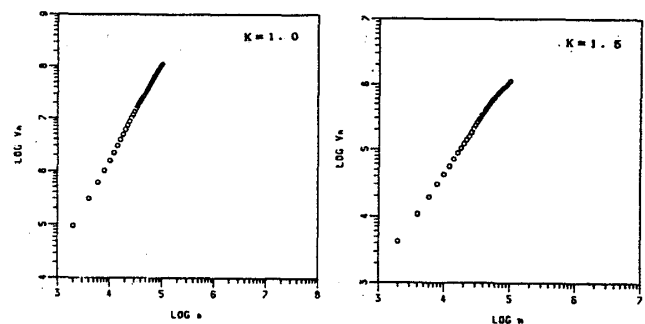
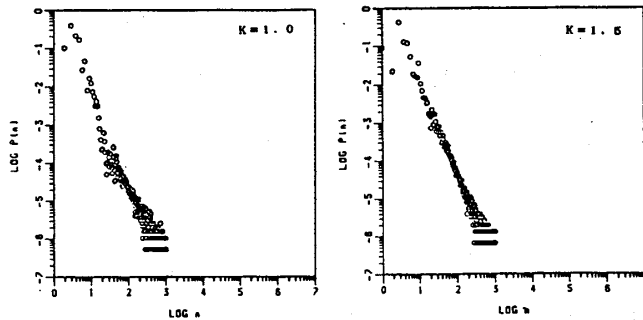


図2 $b(n)$ の2乗平均 V_n

図3. 待ち時間分布 $P(n)$ 表1. いくつかの K に対する
指数 α, β の値

K	α	β
0.5	1.79	1.20
1.0	1.79	1.97
1.5	1.26	2.31
2.0	1.00	3.16

示している。しかしながら、これらの量はいずれも平均化されたものなので、カオスの詳細な構造をみるためにはもっと他の量を調べるべきであろう。ロングタイムテイルの構造の多くの情報は、パワースペクトルのくわしい解析により得られると思われる。実際、 $\cos(\theta_n)$ のパワースペクトルをみるとたくさんの $f^{-\nu}$ 構造をふくむことが報告されている。今後は $b(n)$ の差分や θ の周期関数に対するパワースペクトルについてくわしく調べていきたい。

標準形とソリトン

名大・理 児 玉 裕 治

本題の詳しい内容については、物性研究（基研研究会報告）「ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題」及び後述の参考文献に譲り、本稿では概要を述べる。

近年、非線形分散媒質中を伝搬する波動を記述するモデル方程式の可積分性について多くの議論がなされている。ここでは有限自由度系の議論で重要な役割をもつ標準形の理論をもとにして、非線形分散波動系の漸近理論を導き、系の可積分性を議論する。波動系として、可積分系である KdV 方程式が第一近似として与えられる弱分散・弱非線形系を考える。まず初めに、系における一方向伝搬の波に対し、高次項を含む KdV 方程式を導く。これより KdV 方程式の保存量がいかに高次項によって変形されるかを考える。このとき、一般的に場の量についての多項式でかける保存量は第3近似で存在しなくなることが示される。次に、この高次項を含む摂動系に対し、標準形を定義する。標準形は、KdV ソリトンの形を孤立波として持つように決められる。保存量との関係により、標準形は第2近似までは、可積分系でかけるが、第3近似に非可積分効果が現れる。可積分性はこのように、かなり高い近似まで成立していることが解かる。標準形への変換は、リー変換と微分多項式の性質より得られ、これによって系の分